

La danza de lo
(Un juego caótico de Xavier Gómez-Mont)

Matilde Martínez

Facultad de Ingeniería
Universidad de la República

¿Qué es un sistema dinámico?

Un *sistema dinámico* es un sistema que evoluciona, o cambia, con el tiempo.

Por ejemplo:

- ▶ Las bolas en un juego de pool.
- ▶ Los precios de los artículos de la canasta básica.
- ▶ La población de mosquitos *aedes aegypti* en la ciudad.
- ▶ La tabla del clausura.
- ▶ El juego “La danza de los números”.

En matemática, tenemos muchas herramientas para estudiar sistemas dinámicos. El modelo más sencillo de un sistema dinámico es una función

$$f : X \rightarrow X.$$

Por ejemplo, si estamos estudiando el movimiento de la Tierra alrededor del Sol, consideramos

$$X = \{(p, \vec{v})\},$$

donde p es una posición y \vec{v} una velocidad.

Si conocemos la posición y la velocidad de la Tierra en un momento, podemos determinar la posición y la velocidad que tendrá la Tierra en una semana.



Definimos $f : X \rightarrow X$ de la manera siguiente:

Si $x = (p, v)$ indica la posición y velocidad actual, $f(x)$ indica la posición y velocidad en una semana.

Observemos $f(f(x))$ nos da la posición y velocidad en dos semanas.

Pero me

¡Vamo

Juguemo

Paso 1: Cada jugador e

0 y 1. Por e = 0,1275785329423...

Juguemo

Paso 1: Cada jugador e

0 y 1. Por $e = 0,1275785329423\dots$

Paso 2: A poner las fichas... Si tu número e

$0,1275785329423\dots$, poné

Juguemo

Paso 1: Cada jugador e
0 y 1. Por $e = 0,1275785329423\dots$

Paso 2: A poner las fichas... Si tu número e
 $0,1275785329423\dots$, poné

Paso 3: Dividimo

Juguemo

Paso 1: Cada jugador e

0 y 1. Por $e = 0,1275785329423\dots$

Paso 2: A poner las fichas... Si tu número e

$0,1275785329423\dots$, poné

Paso 3: Dividimo

Paso 4: Dividimo

¿Qué vemos

Un atractor

¿Qué vemos

Un atractor

Sin importar con qué número x empecemos
f muchas veces
muy cercano a 0.

Juguemo

Paso 1: Cada jugador ϵ

0 y 1. Por $\epsilon = 0,1275785329423\dots$

Juguemo

Paso 1: Cada jugador e

0 y 1. Por $e = 0,1275785329423\dots$

Paso 2: A poner las fichas... Si tu número e

$0,1275785329423\dots$, poné

Juguemo

Paso 1: Cada jugador e

0 y 1. Por $e = 0,1275785329423...$

Paso 2: A poner las fichas... Si tu número e

$0,1275785329423...$, poné

Paso 3: A x , le sumamos

Juguemo

Paso 1: Cada jugador e

0 y 1. Por $e = 0,1275785329423...$

Paso 2: A poner las fichas... Si tu número e

$0,1275785329423...$, poné

Paso 3: A x , le sumamo

Si no

así.

Si no

re

Movemo

¿Qué vemos

Órbitas periódicas

¿Qué vemos

Órbitas periódicas

Al aplicar f do

Juguemo

Paso 1: Cada jugador e

0 y 1. Por $e = 0,1275785329423...$

Juguemo

Paso 1: Cada jugador e

0 y 1. Por $e = 0,1275785329423\dots$

Paso 2: A poner las fichas... Si tu número e
 $0,1275785329423\dots$, poné

Juguemo

Paso 1: Cada jugador e

0 y 1. Por $e = 0,1275785329423...$

Paso 2: A poner las fichas... Si tu número e
 $0,1275785329423...$, poné

Paso 3: Borraramo

Movemo

¿Qué vemos



EL CAOS



¿Qué vemos

Lo

¿Qué vemos

Caos

Hay x que no cambian, como por e

¿Qué vemos

Cao

Hay x que no cambian, como por e

Hay otro

e

¿Qué vemos

Cao

Hay x que no cambian, como por e

Hay otro

e

Para la mayoría, no parece haber un patrón.

¿Qué vemos

Cao

Hay x que no cambian, como por e

Hay otro

e

Para la mayoría, no parece haber un patrón.

¿Qué vemos

Cao

Y lo más importante:

¿Qué vemos

Cao

Y lo más importante:

Hay sensibilidad re

¿Qué vemos

Cao

Y lo más importante:

Hay sensibilidad re

Do

aplicamos

diferente

Por e

0,1234567892463185...

El efecto mariposa

En 1952, Ray Bradbury escribió un cuento llamado "El ruido de un trueno". En él, la muerte de una mariposa el tiempo, altera el presente.

En 1972, el matemático y meteorólogo Edward Lorenz dio una conferencia intitulada

"Predictibilidad, ¿el aleteo de una mariposa hace aparecer un tornado en Texas?"



El efecto mariposa

Hay mucho comportamiento, debido a la sensibilidad re condicione predecir. El e



Muchas gracias.